Aufgabenpool zur Vorbereitung auf den Eignungstest für die E-Phase 1 (Aufgaben)

Termumformungen

1.1 Addition / Subtraktion

a) $3a-4b+5a-7b-6a+8b=$

b) $17-a-5b+4a-2-6b=$

c) $-13x+8z-3y+x-2z-y=$

d) $-4x-3+7y-2+7x-y=$

e) $2x-\frac{2}{3}y+\frac{5}{7}x-y=$

f) $-\frac{1}{5}x+\frac{3}{8}y-\frac{4}{3}x+\frac{1}{2}y=$

g) $\frac{2}{3}a+\frac{6}{7}b-\frac{2}{3}b-\frac{1}{5}a=$

h) $\frac{7}{3}a-\frac{7}{4}b-\frac{1}{4}a-\frac{2}{5}b=$

i) $\frac{2}{5}x-\frac{4}{3}y-x+y=$

j) $\frac{1}{3}a-\frac{3}{4}b-a-\frac{1}{2}b+\frac{3}{5}a+2b=$

1.2 Multiplikation / Division

a) $a^7:a^3=$

b) $b^4b^3=$

c) $-x^4x^5=$

d) $(-y)^4y^5=$

e) $a^2b^3a^4b^5=$

f) $(-a)^2(-b)^3(-a)^4(-b)^5=$

g) $4ab\cdot 3a^2b^3=$

h) $\frac{a^2b^6c^3}{ab^4c}=$

i) $\frac{15a^7b^3c^9}{3a^2b^2c^2}=$

j) $\left(\frac{a^4b^2}{c^3d}\right):\left(\frac{ab^2}{c^3d^2}\right)=$

k) $\left(\frac{a^7b^6}{c^3d^4}\right):\left(\frac{a^9b^2}{c^4d^2}\right)=$

l) $\left(a^3b^4\right)^2=$

m) $\left(xy^4\right)^3=$

n) $\left(2a^2b^3\right)^3=$

o) $\left(0,5xy^4\right)^2=$

1.3 Punkt- und Strichrechnung gemischt

a) $(a-b)\cdot(3a^2-b^3)=$

b) $7a^2\left(a-3b^2\right)-b\left(a+a^2b\right)=$

c) $3x(y-6x)+4y(1-2x)=$

d) $x(2y-z)-2z(x-y)=$

e) $3\left(2a-4b\right)^2=$

f) $4(3x-y)(3x+y)-x^2-y^2=$

g) $y\left(2x-7\right)^2-2xy-50y=$

h) $(x-1)(y+1)-5-x+y=$

1.4 Terme faktorisieren

a) $2-12x+18x^2=$

b) $4x^3-xy^2=$

c) $147x^2-84x+12=$

d) $3x^3-12x^2y+12xy^2=$

e) $11a^2-44ab+44b^2=$

f) $63x^2-28y^2=$

g) $8x^3y-40x^2y^2+50xy^3=$

h) $a^4+10a^3+25a^2=$

Gleichungen und lineare Gleichungssysteme

2.1 Gleichungen lösen

a) $0 = x^2 - 2x - 15$ b) $0 = -x^2 + 2x + 8$ c) $0 = 2x^2 - 12x + 10$

d) $4\left(x^2 - x - 5\right) = \left(x + 4\right)^2$ e) $\left(1 + x\right)^2 + 13 = \left(2x - 1\right)^2 - 11$

f) $2x^3 - 7x^2 + 6x = 0$ g) $-8x^3 + 36x^2 - 16x = 0$

h) $0 = x^4 - 13x^2 + 36$ i) $0 = x^4 + 3x^2 - 4$

2.2 Lineare Gleichungssysteme lösen

a) $\left|\begin{array}{l} 2x + 10y = 3 \\ x + 4y = 2 \end{array}\right|$ b) $\left|\begin{array}{l} 4x + 3y = -10 \\ -7x + 2y = 3 \end{array}\right|$

c) $\left|\begin{array}{l} -9x - 8y = 6 \\ 9x + 2y = 12 \end{array}\right|$ d) $\left|\begin{array}{l} 6x - 9y = 3 \\ -2x + 5y = 3 \end{array}\right|$

e) $\left|\begin{array}{l} -3x - 9y - 2 = x - 5y + 2 \\ 5x + 7y + 5 = -3x + 5y - 3 \end{array}\right|$ f) $\left|\begin{array}{l} -9x - 2y - 3 = x - 11 \\ 6x + y + 7 = 9 - y \end{array}\right|$

g) $\left|\begin{array}{l} -6x + 4y + 8z = 10 \\ -9x + 4y - 6z = 9 \\ -6x + 2y - 7z = 1 \end{array}\right|$ h) $\left|\begin{array}{l} -2x + 5y + 2z = -9 \\ 8x - 3y + 4z = 1 \\ -9x - 2y - z = -1 \end{array}\right|$

i) $\left|\begin{array}{l} -x - 2y - z = 6 \\ -10x + 8y - z = -6 \\ -7x - 7y + 4z = -6 \end{array}\right|$ j) $\left|\begin{array}{l} 6x - y - 2z = 10 \\ 4x - 7y + 4z = -4 \\ 10x - 10y + 8z = -6 \end{array}\right|$

2.3 Textaufgaben zu Gleichungen und linearen Gleichungssystemen

a) Für welche Zahlen gilt: Das Quadrat einer Zahl vermehrt um ihr Fünffaches beträgt 14.

b) Gegeben ist ein Rechteck mit den Seitenlängen 6 cm und 5 cm. Um welche Länge muss man jeweils alle Seiten verkürzen, sodass der Flächeninhalt nur 20 cm² beträgt?

c) Das Produkt zweier aufeinanderfolgender Zahlen ist 182. Wie lauten diese Zahlen?

d) Die Quadrate zweier Zahlen ergeben in Summe 218. Dabei unterscheiden sie sich um 6. Welche Zahlen erfüllen die Eigenschaft?

e) Wenn man in dem Produkt aus 13 und 17 jeden Faktor um die gleiche Zahl vergrößert, so erhält man als Ergebnis 396. Welche Zahlen sind gesucht?

f) Das Produkt zweier Zahlen ist 299. Die eine Zahl liegt genauso weit über 18 wie die andere unter 18. Welche Zahlen sind gefragt?

g) In einem Käfig sind Katzen und Hühner. Sie haben zusammen 35 Köpfe und 94 Füße. Wie viele Katzen und Hühner sind im Käfig?

h) In einem Jugendheim gibt es 18 Zimmer (Vierbett- und Sechsbettzimmer). Insgesamt können 84 Jugendliche untergebracht werden. Wie viele Vierbett- bzw. Sechsbettzimmer sind es?

i) Wenn man 2 Liter kaltes Wasser mit 3 Liter heißem Wasser mischt, erhält man eine Mischung mit einer Temperatur von 60°C. Eine Mischung von 4 Liter kaltem und einem Liter heißem Wasser hat eine Temperatur von 30°C. Welche Temperatur hatten das kalte und das heiße Wasser?

j) Regina ist 5 Jahre älter als ihre Schwester Hannah. In 20 Jahren ist sie doppelt so alt wie Hannah heute ist. Wie alt sind die beiden heute?

k) Rainer und Thomas sind zusammen 34 Jahre alt. Im nächsten Jahr ist Rainer doppelt so alt wie Thomas. Wie alt sind die beiden heute?

l) Der Großvater und sein Enkel sind zusammen 100 Jahre alt. Vor 10 Jahren war der Großvater genau dreimal so alt wie sein Enkel. Wie alt sind die beiden heute?

m) Wenn man die Seiten eines Quadrats um 5 cm verlängert, wird der Flächeninhalt um 225 cm² größer. Wie lang waren die Seiten des ursprünglichen Quadrats?

n) Wenn man die Seiten eines Quadrats um 4 cm verkürzt, verringert sich der Flächeninhalt um 80 cm². Wie lang waren die Seiten des ursprünglichen Quadrats?

Formelblatt für die Einführungsphase 1

Quadratische Gleichungen

Normalform: $0 = x^2 + px + q$ pq-Formel: $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$	Diskriminante der pq-Form: $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$ $D > 0 \Rightarrow$ 2 Lösungen $D = 0 \Rightarrow$ 1 Lösung $D < 0 \Rightarrow$ keine Lösungen

Binomische Formeln

I $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	II $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	III $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Wurzel- und Potenzgesetze

1 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	***2*** $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	***3*** $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	***4*** $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
5 $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	***6*** $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	***7*** $a^0 = 1$	***8*** $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

Aufgabenpool zur Vorbereitung auf den Eignungstest für die E-Phase 1 (Lösungen)

Termumformungen

1.1 Addition / Subtraktion

a) $3a-4b+5a-7b-6a+8b=2a-3b$

b) $17-a-5b+4a-2-6b=15+3a-11b$

c) $-13x+8z-3y+x-2z-y=-12x-4y+6z$

d) $-4x-3+7y-2+7x-y=3x+6y-5$

e) $2x-\frac{2}{3}y+\frac{5}{7}x-y=\frac{19}{7}x-\frac{5}{3}y$

f) $-\frac{1}{5}x+\frac{3}{8}y-\frac{4}{3}x+\frac{1}{2}y=-\frac{23}{5}x+\frac{7}{8}y$

g) $\frac{2}{3}a+\frac{6}{7}b-\frac{2}{3}b-\frac{1}{5}a=\frac{7}{15}a+\frac{4}{21}b$

h) $\frac{7}{3}a-\frac{7}{4}b-\frac{1}{4}a-\frac{2}{5}b=\frac{25}{12}a-\frac{43}{20}b$

i) $\frac{2}{5}x-\frac{4}{3}y-x+y=-\frac{3}{5}x-\frac{1}{3}y$

j) $\frac{1}{3}a-\frac{3}{4}b-a-\frac{1}{2}b+\frac{3}{5}a+2b=-\frac{1}{15}a+\frac{3}{4}b$

1.2 Multiplikation / Division

a) $a^7:a^3=a^4$ b) $b^4b^3=b^7$ c) $-x^4x^5=-x^9$ d) $(-y)^4y^5=y^9$

e) $a^2b^3a^4b^5=a^6b^8$ f) $(-a)^2(-b)^3(-a)^4(-b)^5=a^6b^8$ g) $4ab\cdot 3a^2b^3=12a^3b^4$

h) $\frac{a^2b^6c^3}{ab^4c}=ab^2c^2$ i) $\frac{15a^7b^3c^9}{3a^2b^2c^2}=5a^5bc^7$ j) $\left(\frac{a^4b^2}{c^3d}\right):\left(\frac{ab^2}{c^3d^2}\right)=a^3d$ k) $\left(\frac{a^7b^6}{c^3d^4}\right):\left(\frac{a^9b^2}{c^4d^2}\right)=\frac{b^4c}{a^2d^2}$

l) $\left(a^3b^4\right)^2=a^6b^8$ m) $\left(xy^4\right)^3=x^3y^{12}$ n) $\left(2a^2b^3\right)^3=8a^6b^9$ o) $\left(0,5xy^4\right)^2=0,25x^2y^8$

1.3 Punkt- und Strichrechnung gemischt

a) $(a-b)\cdot(3a^2-b^3)=3a^3-ab^3-3a^2b+b^4$

b) $7a^2\left(a-3b^2\right)-b\left(a+a^2b\right)=7a^3-22a^2b^2-ab$

c) $3x(y-6x)+4y(1-2x)=-5xy-18x^2+4y$

d) $x(2y-z)-2z(x-y)=2xy-3xz+2yz$

e) $3(2a-4b)^2=12a^2-48ab+48b^2$

f) $4(3x-y)(3x+y)-x^2-y^2=35x^2-5y^2$

g) $y(2x-7)^2-2xy-50y=4x^2y-30xy-y$

h) $(x-1)(y+1)-5-x+y=xy-6$

1.4 Terme faktorisieren

a) $2-12x+18x^2=2\left(1-6x+9x^2\right)=2(1-3x)^2$

b) $4x^3-xy^2=x\left(4x^2-y^2\right)=x(2x-y)(2x+y)$

c) $147x^2-84x+12=3\left(49x^2-28x+4\right)=3(7x-2)^2$

d) $3x^3-12x^2y+12xy^2=3x\left(x^2-4xy+4y^2\right)=3x(x-2y)^2$

e) $11a^2-44ab+44b^2=11\left(a^2-4ab+4b^2\right)=11(a-2b)^2$

f) $63x^2-28y^2=7\left(9x^2-4y^2\right)=7(3x-2y)(3x+2y)$

g) $8x^3y-40x^2y^2+50xy^3=2xy\left(4x^2-20xy+25y^2\right)=2xy(2x-5y)^2$

h) $a^4+10a^3+25a^2=a^2\left(a^2+10a+25\right)=a^2(a+5)^2$

Gleichungen und lineare Gleichungssysteme

2.1 Gleichungen lösen

a)
$$0 = x^2 - 2x - 15$$
$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1+15}$$
$$x_{1,2} = 1 \pm 4$$
$$x_1 = -3 \quad x_2 = 5$$

b)
$$0 = -x^2 + 2x + 8$$
$$0 = x^2 - 2x - 8$$
$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1+8}$$
$$x_{1,2} = 1 \pm 3$$
$$x_1 = -2 \quad x_2 = 4$$

c)
$$0 = 2x^2 - 12x + 10$$
$$0 = x^2 - 6x + 5$$
$$x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{9-5}$$
$$x_{1,2} = 3 \pm 2$$
$$x_1 = 1 \quad x_2 = 5$$

d)
$$4\left(x^2 - x - 5\right) = \left(x+4\right)^2$$
$$4x^2 - 4x - 20 = x^2 + 8x + 16$$
$$0 = 3x^2 - 12x - 36$$
$$0 = x^2 - 4x - 12$$
$$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4+12}$$
$$x_{1,2} = 2 \pm 4$$
$$x_1 = -2 \quad x_2 = 6$$

e)
$$\left(1+x\right)^2 + 13 = \left(2x-1\right)^2 - 11$$
$$1 + 2x + x^2 + 13 = 4x^2 - 4x + 1 - 11$$
$$x^2 + 2x + 14 = 4x^2 - 4x - 10$$
$$0 = 3x^2 - 6x - 24$$
$$0 = x^2 - 2x - 8$$
$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1+8}$$
$$x_{1,2} = 1 \pm 3$$
$$x_1 = -2 \quad x_2 = 4$$

f)
$$2x^3 - 7x^2 + 6x = 0$$
$$2x\left(x^2 - 3{,}5x + 3\right) = 0$$
$$x_1 = 0$$
$$0 = x^2 - 3{,}5x + 3$$
$$x_{2,3} = \frac{7}{4} \pm \sqrt{\frac{49}{16} - \frac{3(16)}{1(16)}}$$
$$x_{2,3} = \frac{7}{4} \pm \sqrt{\frac{1}{16}}$$
$$x_{2,3} = \frac{7}{4} \pm \frac{1}{4}$$
$$x_2 = 1{,}5 \quad x_3 = 2$$

g)
$$-8x^3 + 36x^2 - 16x = 0$$
$$-8x\left(x^2 - 4{,}5x + 2\right) = 0$$
$$x_1 = 0$$
$$0 = x^2 - 4{,}5x + 2$$
$$x_{2,3} = \frac{9}{4} \pm \sqrt{\frac{81}{16} - \frac{2(16)}{1(16)}}$$
$$x_{2,3} = \frac{9}{4} \pm \sqrt{\frac{49}{16}}$$
$$x_{2,3} = \frac{9}{4} \pm \frac{7}{4}$$
$$x_2 = 0{,}5 \quad x_3 = 4$$

h)
$$0 = x^4 - 13x^2 + 36$$
$$0 = \left(x^2\right)^2 - 13x^2 + 36$$
$$0 = z^2 - 13z + 36$$
$$z_{1,2} = \frac{13}{2} \pm \sqrt{\frac{169}{4} - \frac{36(4)}{1(4)}}$$
$$z_{1,2} = \frac{13}{2} \pm \frac{5}{2}$$
$$z_1 = 4 \quad z_2 = 9$$
$$x_1 = -2 \quad x_2 = 2$$
$$x_1 = -3 \quad x_2 = 3$$

i)
$$0 = x^4 + 3x^2 - 4$$
$$0 = \left(x^2\right)^2 + 3x^2 - 4$$
$$0 = z^2 + 3z - 4$$
$$z_{1,2} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{4(4)}{1(4)}}$$
$$z_{1,2} = -\frac{3}{2} \pm \frac{5}{2}$$
$$z_1 = -4 \quad z_2 = 1$$
$$x_1 = -1 \quad x_2 = 1$$

2.2 Lineare Gleichungssysteme lösen

a) $\left|\begin{matrix}2x+10y=3\\ x+4y=2\end{matrix}\right|$ $\left|\begin{matrix}x=4\\ y=-0,5\end{matrix}\right|$

b) $\left|\begin{matrix}4x+3y=-10\\ -7x+2y=3\end{matrix}\right|$ $\left|\begin{matrix}x=-1\\ y=-2\end{matrix}\right|$

c) $\left|\begin{matrix}-9x-8y=6\\ 9x+2y=12\end{matrix}\right|$ $\left|\begin{matrix}x=2\\ y=-3\end{matrix}\right|$

d) $\left|\begin{matrix}6x-9y=3\\ -2x+5y=3\end{matrix}\right|$ $\left|\begin{matrix}x=3,5\\ y=2\end{matrix}\right|$

e) $\left|\begin{matrix}-3x-9y-2=x-5y+2\\ 5x+7y+5=-3x+5y-3\end{matrix}\right|$ $\left|\begin{matrix}x=-1\\ y=0\end{matrix}\right|$

f) $\left|\begin{matrix}-9x-2y-3=x-11\\ 6x+y+7=9-y\end{matrix}\right|$ $\left|\begin{matrix}x=1,5\\ y=-3,5\end{matrix}\right|$

g) $\left|\begin{matrix}-6x+4y+8z=10\\ -9x+4y-6z=9\\ -6x+2y-7z=1\end{matrix}\right|$ $\left|\begin{matrix}x=5\\ y=12\\ z=-1\end{matrix}\right|$

h) $\left|\begin{matrix}-2x+5y+2z=-9\\ 8x-3y+4z=1\\ -9x-2y-z=-1\end{matrix}\right|$ $\left|\begin{matrix}x=0,5\\ y=-1\\ z=-1,5\end{matrix}\right|$

i) $\left|\begin{matrix}-x-2y-z=6\\ -10x+8y-z=-6\\ -7x-7y+4z=-6\end{matrix}\right|$ $\left|\begin{matrix}x=0\\ y=-1,2\\ z=-3,6\end{matrix}\right|$

j) $\left|\begin{matrix}6x-y-2z=10\\ 4x-7y+4z=-4\\ 10x-10y+8z=-6\end{matrix}\right|$ $\left|\begin{matrix}x=1\\ y=0\\ z=-2\end{matrix}\right|$

2.3 Textaufgaben zu Gleichungen und linearen Gleichungssystemen

a) Für welche Zahlen gilt: Das Quadrat einer Zahl vermehrt um ihr Fünffaches beträgt 14.

$x^2+5x=14$

$x_1=-7 \quad x_2=2$

b) Gegeben ist ein Rechteck mit den Seitenlängen 6 cm und 5 cm. Um welche Länge muss man jeweils alle Seiten verkürzen, sodass der Flächeninhalt nur 20 cm² beträgt?

$(5-x)(6-x)=20$

$x=1 \quad (x=10 \ \textit{ist eine Scheinlösung})$

c) Das Produkt zweier aufeinanderfolgender Zahlen ist 182. Wie lauten diese Zahlen?

$x(x+1)=182$

$\textit{Lösung } a: \ \{13;14\} \quad \textit{Lösung } b: \ \{-13;-14\}$

d) Die Quadrate zweier Zahlen ergeben in Summe 218. Dabei unterscheiden sie sich um 6. Welche Zahlen erfüllen die Eigenschaft?

$x^2+(x+6)^2=218$

$\textit{Lösung } a: \ \{7;13\} \quad \textit{Lösung } b: \ \{-7;-13\}$

e) Wenn man in dem Produkt aus 13 und 17 jeden Faktor um die gleiche Zahl vergrößert, so erhält man als Ergebnis 396. Welche Zahlen sind gesucht?

$(13+x)(17+x)=396$

$x_1=-35 \quad x_2=5$

f) Das Produkt zweier Zahlen ist 299. Die eine Zahl liegt genauso weit über 18 wie die andere unter 18. Welche Zahlen sind gefragt?

$$(18+x)(18-x)=299$$
$$x_1=13 \quad x_2=23$$

g) In einem Käfig sind Katzen und Hühner. Sie haben zusammen 35 Köpfe und 94 Füße. Wie viele Katzen und Hühner sind im Käfig?

$$\left|\begin{array}{c} K+H=35 \\ 4K+2H=94 \end{array}\right| \qquad \left|\begin{array}{l} K=12 \\ H=23 \end{array}\right|$$

h) In einem Jugendheim gibt es 18 Zimmer (Vierbett- und Sechsbettzimmer). Insgesamt können 84 Jugendliche untergebracht werden. Wie viele Vierbett- bzw. Sechsbettzimmer sind es?

$$\left|\begin{array}{c} V+S=18 \\ 4V+6S=84 \end{array}\right| \left|\begin{array}{l} V=12 \\ S=6 \end{array}\right|$$

i) Wenn man 2 Liter kaltes Wasser mit 3 Liter heißem Wasser mischt, erhält man eine Mischung mit einer Temperatur von 60°C. Eine Mischung von 4 Liter kaltem und einem Liter heißem Wasser hat eine Temperatur von 30°C. Welche Temperatur hatten das kalte und das heiße Wasser?

$$\left|\begin{array}{c} 2K+3H=5\cdot 60 \\ 4K+H=5\cdot 30 \end{array}\right| \qquad \left|\begin{array}{l} K=15 \\ H=90 \end{array}\right|$$

j) Regina ist 5 Jahre älter als ihre Schwester Hannah. In 20 Jahren ist sie doppelt so alt wie Hannah heute ist. Wie alt sind die beiden heute?

$$\left|\begin{array}{c} R=H+5 \\ R+20=2H \end{array}\right| \left|\begin{array}{l} R=30 \\ H=25 \end{array}\right|$$

k) Rainer und Thomas sind zusammen 34 Jahre alt. Im nächsten Jahr ist Rainer doppelt so alt wie Thomas. Wie alt sind die beiden heute?

$$\left|\begin{array}{c} R+T=34 \\ R+1=2(T+1) \end{array}\right| \qquad \left|\begin{array}{l} R=23 \\ H=11 \end{array}\right|$$

l) Der Großvater und sein Enkel sind zusammen 100 Jahre alt. Vor 10 Jahren war der Großvater genau dreimal so alt wie sein Enkel. Wie alt sind die beiden heute?

$$\left|\begin{array}{c} G+E=100 \\ G-10=3(E-10) \end{array}\right| \qquad \left|\begin{array}{l} G=70 \\ E=30 \end{array}\right|$$

m) Wenn man die Seiten eines Quadrats um 5 cm verlängert, wird der Flächeninhalt um 225 cm² größer. Wie lang waren die Seiten des ursprünglichen Quadrats?

$$x^2+225=(x+5)^2$$
$$x=20$$

n) Wenn man die Seiten eines Quadrats um 4 cm verkürzt, verringert sich der Flächeninhalt um 80 cm². Wie lang waren die Seiten des ursprünglichen Quadrats?

$$x^2-80=(x-4)^2$$
$$x=12$$