Abendgymnasium
Stadt Frankfurt am Main

HESSENKOLLEG
FRANKFURT

Informationen zu den Eignungsprüfungen – Einführungsphase (E1)

Die schriftlichen Eignungsprüfungen zur Aufnahme in das erste Semester der Einführungsphase umfassen die Fächer Deutsch, Englisch und Mathematik.

Die Arbeitszeit beträgt in Deutsch 90 Minuten, in Englisch und Mathematik jeweils 60 Minuten. Hinzu kommen in Deutsch und in Englisch noch jeweils 10 Minuten zum Zählen der Wörter.

Das Ergebnis der Eignungsprüfung zeigt, ob eine ausreichende Grundlage für die erfolgreiche Mitarbeit im Unterricht der Einführungsphase vorhanden ist. Eine Aufnahme in die Einführungsphase ist möglich, wenn Sie mindestens zwei der drei Prüfungen mit mindestens „ausreichend“ abschließen und zu erwarten ist, dass die Defizite im dritten Fach in angemessener Zeit aufgearbeitet werden können. Eine weitere Voraussetzung ist die hinreichende Beherrschung von Deutsch als allgemeiner Unterrichtssprache.

Durch die Ergebnisse der Eignungsprüfungen können Sie und wir weiterhin erkennen, wo eventuell noch Nachholbedarf besteht. Dies ermöglicht von Anfang an eine gezielte Aufarbeitung bestehender Lücken.

Die folgenden Informationen dienen zur Vorbereitung auf die Eignungsprüfungen in den einzelnen Fächern (A. Deutsch, B. Englisch, C. Mathematik).

Wir wünschen Ihnen gutes Gelingen!

Frank-Armin Neumann

(Schulleiter)

A. Informationen zur Eignungsprüfung für die Einführungsphase im Fach Deutsch

Aufgabenform: Bearbeitung eines Sachtextes

- Wiedergabe wesentlicher Informationen aus einem Text oder Zusammenfassung des Texts; bei einer Inhaltsangabe wird die Verwendung der indirekten Rede und des Konjunktivs erwartet.
- Stellungnahme unter einer vorgegebenen Fragestellung; durch nachvollziehbare Argumente begründet und klar gegliedert.
- Bildbeschreibung und Auswertung einer bildlichen Darstellung (z. B. Karikatur)

Der Umgang mit literarischen Texten wird in der Eignungsprüfung nicht verlangt.

Es werden Textverständnis, Schreibfähigkeit, Ausdrucksfähigkeit sowie sprachlich-formale Richtigkeit, insbesondere Satzbau, Grammatik, Rechtschreibung und Zeichensetzung überprüft.

Die Bearbeitung der Aufgaben soll mindestens 300 Wörter umfassen.

Verstöße gegen die Sprachrichtigkeit werden bei der Gesamtbewertung berücksichtigt und führen im Falle gehäufter Fehler zu einer geringeren Gesamtpunktzahl.

Hinweise zur Vorbereitung

- Wiederholung der Regeln der Rechtschreibung und Zeichensetzung, ggf. auch Satzbau und Grammatik
- Wiederholung der indirekten Rede und der Anwendung des Konjunktivs (für die Inhaltswiedergabe)

Zu diesen Bereichen gibt es zahlreiche Angebote von Übungsheften im Buchhandel oder auch Übungen im Internet. Exemplarisch seien genannt:

Bös, Winfried: *Training Deutsch, Übertritt in die Oberstufe*. Stark Verlag,
Freising 2010, ISBN 978-3-89449-880-1 (hier: Diskutieren und Erörtern, S. 59-72)

Steinhauer, Anja et al.: *Deutsch Übungsbuch 5.-10. Klasse*, Duden-Verlag,
Berlin 2015, ISBN 978-3-411-73095-7

Wir empfehlen Ihnen darüber hinaus, sich regelmäßig über gesellschaftliche Fragen zu informieren, indem Sie Zeitungen und Nachrichtenmagazine lesen sowie Nachrichtensendungen und TV-Gesprächsrunden verfolgen.

Beispielaufgaben Deutsch

<u>Aufgaben für den Eingangstest:</u> **Arbeitszeit für die Aufgaben 1 bis 6: 90 Minuten**

Formulieren Sie in den Lösungen zu den Aufgaben 1 bis 4 jeweils ein bis drei vollständige Sätze in eigenen Worten (keine Stichpunkte, keine Übernahme von Sätzen oder Teilsätzen aus dem Artikel).

1. Was erfährt der Leser aus dem vorliegenden Artikel allgemein über die Fähigkeit, mehrere Dinge gleichzeitig zu erledigen (Multitasking)?

2. Wie begründet der Experte und Neurobiologe Henning Beck, dass Multitasking unterschiedlich gut funktioniert?

3. Welche biologischen Möglichkeiten und Grenzen gibt es für schwierigere Erledigungen, die der Mensch gleichzeitig ausführen möchte?

4. Wie lautet das Fazit des Experten und wie das der Autorin des Artikels insgesamt?

5. Stellungnahme: Gerade jüngere Leute müssen flexibel sein und viele Dinge gleichzeitig erledigen. Heute gilt: Zeit spart man mit Multitasking, wenn man die Tätigkeiten lange genug trainiert hat. Man kann sich dem nicht entziehen. Schließen Sie sich der Beurteilung an?

Begründen Sie Ihre Entscheidung in einem zusammenhängenden Text (mindestens 100 Wörter).

6. Verfassen Sie zu der Abbildung (siehe Bildmaterial) einen zusammenhängenden Text (mindestens 100 Wörter), in dem Sie folgende Inhalte berücksichtigen:

- eine kurze Beschreibung sowie die Hauptinformationen der Zeichnung.

- Bestätigt die Zeichnung Ihrer Meinung nach die Aussagen aus dem Artikel von Elke Hofmann oder gibt es noch andere Aussagen? Beziehen Sie Position dazu und begründen Sie Ihre Ausführungen.

Textvorlage:

Multitasking – Mythos oder machbar? Von Elke Hofmann

Beim Autofahren telefonieren oder in der Konferenz nebenher E-Mails beantworten: Für viele Menschen gehört es zum Alltag, mehrere Dinge gleichzeitig zu tun. Je nach Aufgabe gelingt uns das zuweilen problemlos, doch oft stoßen wir schnell an unsere Grenzen. Denn nicht alle Tätigkeiten sind gleich anspruchsvoll für unser Gehirn: Einige erfordern Aufmerksamkeit von uns, andere laufen automatisch ab.
Automatisierte Prozesse wie etwa Laufen und Gestikulieren können wir durchaus parallel verarbeiten und mit anspruchsvolleren Tätigkeiten kombinieren, erklärt Neurobiologe und Autor Henning Beck: „Dafür passiert das aber auch nur im Unterbewusstsein. Bewusstes Paralleldenken ist für das Großhirn viel zu aufwendig. Für eine Tätigkeit, über die wir uns keine Gedanken machen müssen, übernimmt die lästige Rechenarbeit hingegen das Kleinhirn. Und dann ist es kein Problem, sie gleichzeitig mit einer anderen Tätigkeit auszuüben.“ Wer sich also zum Beispiel beim Radfahren unterhalten möchte, der wird damit normalerweise keine Probleme haben.
Anders verhält es sich mit komplexen Tätigkeiten, erklärt Henning Beck. In der Neurowissenschaft versteht man unter „Task“ eine Aufgabe, die immer einen Aufmerksamkeitsprozess erfordert. Dabei muss man bewusst über jeden Schritt nachdenken, sich darauf konzentrieren. Und dann muss man Teile des Großhirns benutzen. Solche anspruchsvollen Tätigkeiten wirklich gleichzeitig auszuführen, kann uns gar nicht gelingen, so Beck.
Multitasking ist schon anatomisch für das Gehirn ein Ding der Unmöglichkeit. Da kann man noch so viel üben. Wenn wir also etwa im selben Zeitraum ein Telefonat führen und eine E-Mail lesen, dann erledigen wir eigentlich beides abwechselnd, indem wir uns blitzschnell zunächst der einen, dann wieder der anderen Aufgabe zuwenden. Allerdings klappt auch das nur mit maximal zwei Aufgaben, so eine Studie französischen Forscher der Ecole Normale Supérieure in Paris aus dem Jahr 2010.
Effizienter und leistungsfähiger wollen wir sein, wenn wir Multitasking betreiben. Doch das Gegenteil ist der Fall. Zeit sparen wir nicht damit. Denn wir machen keine der Tätigkeiten richtig. Das Hin- und Herspringen kostet das Hirn zu viele Ressourcen. Wir können das messen: Beim Multitasking steigen die Fehlerraten, und wir verschwenden Energie. Nach Versuchen der Stanford University haben Probanden, die regelmäßig mehrere Medien zur selben Zeit nutzten, bei Konzentrationsaufgaben mehr Fehler machten als eine Kontrollgruppe, die das nur selten tat.
Für Henning Beck ist die Empfehlung deshalb klar: „Konzentriere dich auf eine Sache und mache sie richtig! Dann machst du auch weniger Fehler.“

Dass Frauen die besseren Multitasker sind als Männer, konnte bisher übrigens nicht wissenschaftlich belegt werden.
Aber: Multitasking ist einfach eine Realität. Wir können nicht pauschal sagen, dass es immer die Leistung schwächt, sondern dass es auch durchaus Hinweise darauf gibt, dass es in einigen Bereichen leistungssteigernd sein kann, so erklärten schwedische Forscher bereits 2012. Denn einer der Grundsätze beim Multitasking ist: Haben Menschen in einem Bereich viel Übung, sind sie auch deutlich besser im Multitasking - ganz unabhängig vom Geschlecht.

Quelle: https://www1.wdr.de/wissen/mensch/multitasking-102.html
Stand: 24.08.2016, 06:00 (Text leicht gekürzt und verändert)

Bildmaterial:

Quelle: Badische Zeitung (Online-Ausgabe) vom 19.05.2015

B. Informationen zur Eignungsprüfung für die Einführungsphase im Fach Englisch

Der Nachweis des Kenntnisstands Eingangsniveau E-Phase erfolgt durch eine schriftliche Überprüfung, in der grundlegende sprachliche Mittel (wie z.B. Past Simple, Past Continuous und Present Perfect oder Steigerungsformen des Adjektivs) nachzuweisen sind.

Das Verständnis klar strukturierter Texte zu Themen aus dem alltäglichen Interessen- und Erfahrungsbereich sowie das Verfassen zusammenhängender Texte hierzu sind Bestandteile der schriftlichen Überprüfung für die E-Phase. Sie besteht daher aus den Teilen: **(1) Leseverständnis**, **(2) Grammatik** und **(3) Textproduktion**.

Hinweise zur Vorbereitung:

Zu (1) Lesen und Verstehen von Texten mit mittelschwerem Wortschatz

Zu (2) Past Simple, Past Continuous, Present Perfect (Aussage, Verneinung, Frage), Steigerung und Vergleich des Adjektivs, Gebrauch von much, many, a lot (of)

Zu (3) Verfassen von kurzen Texten zu Themen von allgemeinem Interesse (Sport, Arbeit, Freizeit etc.).

Aus der Fülle der Angebote im Internet seien exemplarisch genannt:

www.ego4u.de/de/cram-up/grammar

www.grammar-monster.com

http://online-lernen.levrai.de/

Beispielaufgabe Textproduktion

Erläuterung eines Zitats und Kommentar

"When people go to work, they shouldn't have to leave their hearts at home."

“Far and away the best prize that life offers is the chance to work hard at work worth doing."

“You've achieved success in your field when you don't know whether what you're doing is work or play.”

Aufgaben:

1. **Bitte wählen Sie ein Zitat aus und erläutern Sie, was es Ihrer Meinung nach aussagt. (circa 50 Wörter)**
2. **Nehmen Sie begründet Stellung zu der Aussage des Zitats und zum Thema Arbeit. (circa 100 Wörter)**

C. Informationen zur Eignungsprüfung für die Einführungsphase im Fach Mathematik

Inhalte der Eignungsprüfung in Mathematik umfassen folgende Bereiche:

- Termumformungen
- Gleichungen
- Textaufgaben
- Fachsprache und Rechengesetze.

Bei den schriftlichen Eignungsprüfungen in Mathematik werden Lösungen nur als Ergebnis eines nachvollziehbaren Rechengangs anerkannt. Rechenregeln und Fachsprache müssen bekannt sein.

Die Verwendung eines Taschenrechners ist nicht erlaubt. **Die Aufgaben sind so gewählt, dass ein Taschenrechner nicht erforderlich ist.** Ein Formelblatt mit den wichtigsten Formeln wird jedoch ausgeteilt, Sie finden es auch in den vorliegenden Unterlagen.

Hinweise zur Vorbereitung:

Die Übungsaufgaben mit den QR-Codes, die zu Erklärvideos führen, sollen Ihnen eine Hilfe sein, um die grundlegende Herangehensweise erläutert zu bekommen.

Grundsätzlich empfehlen wir aber auch weitere Lernvideos auf YouTube, besonders von Daniel Jung und MathemaTrick, die für alle schulrelevanten Themen gute Erklärungen und Beispiele bieten (es ist allerdings nicht notwendig, die angebotenen Materialien zu kaufen).

Daniel Jung:
https://www.youtube.com/@MathebyDanielJung/playlists?view=50&sort=dd&shelf_id=3

MathemaTrick:

https://mathematrick.de/

Lehrer Schmidt:

https://www.youtube.com/@lehrerschmidt

Aufgabenpool zur Vorbereitung auf den Eignungstest für die E-Phase 1

1.Termumformungen

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen unter Berücksichtigung der Rechenregeln.

1.1 Terme addieren und subtrahieren

a) $3a + 4 + 5a + 9 =$
b) $4x + 3y - 2x + 7y =$
c) $11a - 1b - 8a - 5b =$
d) $20x + 13y - 22x + y =$
e) $9x + 2x^2 + 3x + 5x^2 =$
f) $3x^2 + 2x - 5x^2 - 5x =$
g) $3a - 4b + 5a - 7b - 6a + 8b =$
h) $17 - a - 5b + 4a - 2 - 6b =$
i) $-13x + 8z - 3y + x - 2z - y =$
j) $-4x - 3 + 7y - 2 + 7x - y =$

Tutorials zu 1.1:

1.2 Potenzgesetze anwenden

a) $b^4 b^3 =$
b) $-x^4 x^5 =$
c) $a^7 : a^3 =$
d) $(-y)^4 y^5 =$
e) $a^2 b^3 a^4 b^5 =$
f) $(-a)^2 (-b)^3 (-a)^4 (-b)^5 =$
g) $4ab \cdot 3a^2 b^3 =$
h) $\left(a^3 b^4\right)^2 =$
i) $\left(xy^4\right)^3 =$
j) $\left(2a^2 b^3\right)^3 =$
k) $\left(0{,}5xy^4\right)^2 =$

Tutorial zu 1.2:

1.3 Punkt- und Strichrechnung, auch Binomische Formeln anwenden

a) $2x + 5(4x + 2) =$
b) $-3(6x - 7y) =$
c) $-(2a + 5 - 3b) + 2 =$
d) $(x + 3y)^2 =$
e) $3\left(2a - 4b\right)^2 =$
f) $4\left(3x - y\right)\left(3x + y\right) - x^2 - y^2 =$
g) $y\left(2x - 7\right)^2 - 2xy - 50y =$
h) $\left(x - 1\right)\left(y + 1\right) - 5 - x + y =$

Tutorials zu 1.3:

1.4 Terme faktorisieren, auch Binomische Formeln anwenden

a) $2 - 12x + 18x^2 =$
b) $11a^2 - 44ab + 44b^2 =$
c) $63x^2 - 28y^2 =$
d) $147x^2 - 84x + 12 =$
e) $4x^3 - xy^2 =$
f) $3x^3 - 12x^2 y + 12xy^2 =$
g) $8x^3 y - 40x^2 y^2 + 50xy^3 =$
h) $a^4 + 10a^3 + 25a^2 =$

Tutorials zu 1.4:

2.Gleichungen und lineare Gleichungssysteme

Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden Gleichungen bzw. des linearen Gleichungssystems unter Berücksichtigung der Rechenregeln

2.1 Lineare Gleichungen lösen

a) $-1-2x=3(x-2)$
b) $3x-8(x+2)=2(x-1)$
c) $-3+4(3+2x)=-(6-5x)$
d) $4x-5=x-(3-x)$
e) $4(x-5)=(x-8)-x$
f) $-2(3x+1)=-(x-8)-5$
g) $2x-(3x+4)=19$
h) $4-(x-2)=5-(5x+1)$

Tutorials zu 2.1:

2.2 Lineare Gleichungssysteme lösen

Tutorials zu 2.2:

a) $\left|\begin{array}{l}-9x-8y=6\\9x+2y=12\end{array}\right|$
b) $\left|\begin{array}{l}2x+10y=3\\x+4y=2\end{array}\right|$
c) $\left|\begin{array}{l}6x-9y=3\\-2x+5y=3\end{array}\right|$
d) $\left|\begin{array}{l}4x+3y=-10\\-7x+2y=3\end{array}\right|$
e) $\left|\begin{array}{l}-3x-9y-2=x-5y+2\\5x+7y+5=-3x+5y-3\end{array}\right|$
f) $\left|\begin{array}{l}-9x-2y-3=x-11\\6x+y+7=9-y\end{array}\right|$

2.3 Gleichungen mit der pq-Formel lösen

Tutorials zu 2.3:

a) $0=x^2-2x-15$
b) $0=2x^2-12x+10$
c) $0=-x^2+8x-12$
d) $0=-3x^2+12x-15$
e) $4\left(x^2-x-5\right)=\left(x+4\right)^2$
f) $\left(1+x\right)^2+13=\left(2x-1\right)^2-11$
g) $2x^3-7x^2+6x=0$
h) $-8x^3+36x^2-16x=0$
i) $0=x^4-13x^2+36$
j) $0=x^4+3x^2-4$

3. Textaufgaben zu linearen Gleichungssystemen und quadratischen Gleichungen

a) Regina ist 5 Jahre älter als ihre Schwester Hannah. In 20 Jahren ist sie doppelt so alt wie Hannah heute ist. Wie alt sind die beiden heute?
b) Rainer und Thomas sind zusammen 34 Jahre alt. Im nächsten Jahr ist Rainer doppelt so alt wie Thomas. Wie alt sind die beiden heute?
c) Der Großvater und sein Enkel sind zusammen 100 Jahre alt. Vor 10 Jahren war der Großvater genau dreimal so alt wie sein Enkel. Wie alt sind die beiden heute?
d) In einem Käfig sind Katzen und Hühner. Sie haben zusammen 35 Köpfe und 94 Füße. Wie viele Katzen und Hühner sind im Käfig?
e) In einem Jugendheim gibt es 18 Zimmer (Vierbett- und Sechsbettzimmer). Insgesamt können 84 Jugendliche untergebracht werden. Wie viele Vierbett- bzw. Sechsbettzimmer sind es?
f) Wenn man 2 Liter kaltes Wasser mit 3 Liter heißem Wasser mischt, erhält man eine Mischung mit einer Temperatur von 60°C. Eine Mischung von 4 Liter kaltem und einem Liter heißem Wasser hat eine Temperatur von 30°C. Welche Temperatur hatten das kalte und das heiße Wasser?
g) Wenn man die Seiten eines Quadrats um 5 cm verlängert, wird der Flächeninhalt um 225 cm² größer. Wie lang waren die Seiten des ursprünglichen Quadrats?
h) Wenn man die Seiten eines Quadrats um 4 cm verkürzt, verringert sich der Flächeninhalt um 80 cm². Wie lang waren die Seiten des ursprünglichen Quadrats?
i) Gegeben ist ein Rechteck mit den Seitenlängen 6 cm und 5 cm. Um welche Länge muss man jeweils alle Seiten verkürzen, sodass der Flächeninhalt nur 20 cm² beträgt?
j) Das Produkt zweier aufeinanderfolgender Zahlen ist 182. Wie lauten diese Zahlen?
k) Die Quadrate zweier Zahlen ergeben in Summe 218. Dabei unterscheiden sie sich um 6. Welche Zahlen erfüllen die Eigenschaft?
l) Wenn man in dem Produkt aus 13 und 17 jeden Faktor um die gleiche Zahl vergrößert, so erhält man als Ergebnis 396. Welche Zahlen sind gesucht?
m) Das Produkt zweier Zahlen ist 299. Die eine Zahl liegt genauso weit über 18 wie die andere unter 18. Welche Zahlen sind gefragt?
n) Für welche Zahlen gilt: Das Quadrat einer Zahl vermehrt um ihr Fünffaches beträgt 14.

Tutorials zu 3

zu Textaufgaben mit linearen Gleichungssystemen:

zu Textaufgaben mit quadratischen Gleichungen:

Formelblatt für die Einführungsphase 1

Quadratische Gleichungen

Normalform: $0 = x^2 + px + q$ pq-Formel: $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$	Diskriminante der pq-Form: $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$ $D > 0 \Rightarrow$ 2 Lösungen $D = 0 \Rightarrow$ 1 Lösung $D < 0 \Rightarrow$ keine Lösungen

Binomische Formeln

I $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	II $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	III $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Wurzel- und Potenzgesetze

1 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	***2*** $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	***3*** $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	***4*** $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
5 $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	***6*** $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	***7*** $a^0 = 1$	***8*** $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

Aufgabenpool zur Vorbereitung auf den Eignungstest für die E-Phase 1

Lösungen

1.Termumformungen

1.1 Terme addieren und subtrahieren

a) $3a + 4 + 5a + 9 = 8a + 13$

b) $4x + 3y - 2x + 7y = 2x + 10y$

c) $11a - 1b - 8a - 5b = 3a - 6b$

d) $20x + 13y - 22x + y = -2x + 14y$

e) $9x + 2x^2 + 3x + 5x^2 = 12x + 7x^2$

f) $3x^2 + 2x - 5x^2 - 5x = -2x^2 - 3x$

g) $3a-4b+5a-7b-6a+8b=2a-3b$

h) $17-a-5b+4a-2-6b=15+3a-11b$

i) $-13x+8z-3y+x-2z-y=-12x-4y+6z$

j) $-4x-3+7y-2+7x-y=3x+6y-5$

1.2 Potenzgesetze anwenden

a) $b^4b^3=b^7$

b) $-x^4x^5=-x^9$

c) $a^7:a^3=a^4$

d) $(-y)^4\,y^5=y^9$

e) $a^2b^3a^4b^5=a^6b^8$

f) $(-a)^2(-b)^3(-a)^4(-b)^5=a^6b^8$

g) $4ab\cdot 3a^2b^3=12a^3b^4$

h) $\left(a^3b^4\right)^2=a^6b^8$

i) $\left(xy^4\right)^3=x^3y^{12}$

j) $\left(2a^2b^3\right)^3=8a^6b^9$

k) $\left(0,5xy^4\right)^2=0,25x^2y^8$

1.3 Punkt- und Strichrechnung, auch Binomische Formeln anwenden

a) $2x + 5(4x + 2) = 2x + 20x + 10 = 22x + 10$

b) $-3(6x - 7y) = -18x + 21y$

c) $-(2a + 5 - 3b) + 2 = -2a - 5 + 3b + 2 = -2a + 3b - 3$

d) $(x + 3y)^2 = x^2 + 6xy + 9y^2$

e) $3\left(2a-4b\right)^2=12a^2-48ab+48b^2$

f) $4\left(3x-y\right)\left(3x+y\right)-x^2-y^2=35x^2-5y^2$

g) $y\left(2x-7\right)^2-2xy-50y=4x^2y-30xy-y$

h) $\left(x-1\right)\left(y+1\right)-5-x+y=xy-6$

1.4 Terme faktorisieren, auch Binomische Formeln anwenden

a) $2-12x+18x^2=2\left(1-6x+9x^2\right)=2\left(1-3x\right)^2$

b) $11a^2-44ab+44b^2=11\left(a^2-4ab+4b^2\right)=11\left(a-2b\right)^2$

c) $63x^2-28y^2=7\left(9x^2-4y^2\right)=7\left(3x-2y\right)\left(3x+2y\right)$

d) $147x^2-84x+12=3\left(49x^2-28x+4\right)=3\left(7x-2\right)^2$

e) $4x^3-xy^2=x\left(4x^2-y^2\right)=x\left(2x-y\right)\left(2x+y\right)$

f) $3x^3-12x^2y+12xy^2=3x\left(x^2-4xy+4y^2\right)=3x\left(x-2y\right)^2$

g) $8x^3y-40x^2y^2+50xy^3=2xy\left(4x^2-20xy+25y^2\right)=2xy\left(2x-5y\right)^2$

h) $a^4+10a^3+25a^2=a^2\left(a^2+10a+25\right)=a^2\left(a+5\right)^2$

2.Gleichungen und lineare Gleichungssysteme

2.1 Lineare Gleichungen lösen

a)
$$\begin{aligned} -1-2x &= 3(x-2) \\ -1-2x &= 3x-6 \\ -2x-3x &= -6+1 \\ -5x &= -5 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} 3x-8(x+2) &= 2(x-1) \\ 3x-8x-16 &= 2x-2 \\ 3x-8x-2x &= -2+16 \\ -7x &= 14 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} -3+4(3+2x) &= -(6-5x) \\ -3+12+8x &= -6+5x \\ 8x-5x &= -6+3-12 \\ 3x &= -15 \\ x &= -5 \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} 4x-5 &= x-(3-x) \\ 4x-5 &= x-3+x \\ 4x-5 &= 2x-3 \\ 2x &= 2 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

e)
$$\begin{aligned} 4(x-5) &= (x-8)-x \\ 4x-20 &= x-8-x \\ 4x-20 &= -8 \\ 4x &= 12 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

f)
$$\begin{aligned} -2(3x+1) &= -(x-8)-5 \\ -6x-2 &= -x+8-5 \\ -6x-2 &= -x+3 \\ -5x &= 5 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

g)
$$\begin{aligned} 2x-(3x+4) &= 19 \\ 2x-3x-4 &= 19 \\ -x-4 &= 19 \\ -x &= 23 \\ x &= -23 \end{aligned}$$

h)
$$\begin{aligned} 4-(x-2) &= 5-(5x+1) \\ 4-x+2 &= 5-5x-1 \\ 6-x &= -5x+4 \\ 4x &= -2 \\ x &= -0,5 \end{aligned}$$

2.2 Lineare Gleichungssysteme lösen

a) $\left|\begin{matrix} -9x-8y=6 \\ 9x+2y=12 \end{matrix}\right|$ $\left|\begin{matrix} x=2 \\ y=-3 \end{matrix}\right|$

b) $\left|\begin{matrix} 2x+10y=3 \\ x+4y=2 \end{matrix}\right|$ $\left|\begin{matrix} x=4 \\ y=-0,5 \end{matrix}\right|$

c) $\left|\begin{matrix} 6x-9y=3 \\ -2x+5y=3 \end{matrix}\right|$ $\left|\begin{matrix} x=3,5 \\ y=2 \end{matrix}\right|$

d) $\left|\begin{matrix} 4x+3y=-10 \\ -7x+2y=3 \end{matrix}\right|$ $\left|\begin{matrix} x=-1 \\ y=-2 \end{matrix}\right|$

e) $\left|\begin{matrix} -3x-9y-2=x-5y+2 \\ 5x+7y+5=-3x+5y-3 \end{matrix}\right|$ $\left|\begin{matrix} x=-1 \\ y=0 \end{matrix}\right|$

f) $\left|\begin{matrix} -9x-2y-3=x-11 \\ 6x+y+7=9-y \end{matrix}\right|$ $\left|\begin{matrix} x=1,5 \\ y=-3,5 \end{matrix}\right|$

2.3 Gleichungen mit der pq-Formel lösen

a)
$$\begin{aligned} 0 &= x^2-2x-15 \\ x_{1,2} &= 1\pm\sqrt{1+15} \\ x_{1,2} &= 1\pm 4 \\ x_1 &= -3 \quad x_2 = 5 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} 0 &= 2x^2-12x+10 \\ 0 &= x^2-6x+5 \\ x_{1,2} &= 3\pm\sqrt{9-5} \\ x_{1,2} &= 3\pm 2 \\ x_1 &= 1 \quad x_2 = 5 \end{aligned}$$

c)

$0 = -x^2 + 8x - 12$

$0 = x^2 - 8x + 12$

$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{16 - 12}$

$x_{1,2} = 4 \pm 2$

$x_1 = 2\ ;\ x_2 = 6$

d)

$0 = -3x^2 + 12x - 15$

$0 = x^2 - 4x + 5$

$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4 - 5}$

Ergebnis: Da der Term unter der Wurzel negativ und nicht definiert ist, gibt es keine Lösung.

e)

$4\left(x^2 - x - 5\right) = \left(x + 4\right)^2$

$4x^2 - 4x - 20 = x^2 + 8x + 16$

$0 = 3x^2 - 12x - 36$

$0 = x^2 - 4x - 12$

$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4 + 12}$

$x_{1,2} = 2 \pm 4$

$x_1 = -2 \quad x_2 = 6$

f)

$\left(1 + x\right)^2 + 13 = \left(2x - 1\right)^2 - 11$

$1 + 2x + x^2 + 13 = 4x^2 - 4x + 1 - 11$

$x^2 + 2x + 14 = 4x^2 - 4x - 10$

$0 = 3x^2 - 6x - 24$

$0 = x^2 - 2x - 8$

$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1 + 8}$

$x_{1,2} = 1 \pm 3$

$x_1 = -2 \quad x_2 = 4$

g)

$2x^3 - 7x^2 + 6x = 0$

$2x\left(x^2 - 3{,}5x + 3\right) = 0$

$x_1 = 0$

$0 = x^2 - 3{,}5x + 3$

$x_{2,3} = \frac{7}{4} \pm \sqrt{\frac{49}{16} - \frac{3(16)}{1(16)}}$

$x_{2,3} = \frac{7}{4} \pm \sqrt{\frac{1}{16}}$

$x_{2,3} = \frac{7}{4} \pm \frac{1}{4}$

$x_2 = 1{,}5 \quad x_3 = 2$

h)

$-8x^3 + 36x^2 - 16x = 0$

$-8x\left(x^2 - 4{,}5x + 2\right) = 0$

$x_1 = 0$

$0 = x^2 - 4{,}5x + 2$

$x_{2,3} = \frac{9}{4} \pm \sqrt{\frac{81}{16} - \frac{2(16)}{1(16)}}$

$x_{2,3} = \frac{9}{4} \pm \sqrt{\frac{49}{16}}$

$x_{2,3} = \frac{9}{4} \pm \frac{7}{4}$

$x_2 = 0{,}5 \quad x_3 = 4$

i)

$0 = x^4 - 13x^2 + 36$

$0 = \left(x^2\right)^2 - 13x^2 + 36$

$0 = z^2 - 13z + 36$

$z_{1,2} = \frac{13}{2} \pm \sqrt{\frac{169}{4} - \frac{36(4)}{1(4)}}$

$z_{1,2} = \frac{13}{2} \pm \frac{5}{2}$

$z_1 = 4 \quad z_2 = 9$

$x_1 = -2 \quad x_2 = 2$

$x_1 = -3 \quad x_2 = 3$

j)

$0 = x^4 + 3x^2 - 4$

$0 = \left(x^2\right)^2 + 3x^2 - 4$

$0 = z^2 + 3z - 4$

$z_{1,2} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{4(4)}{1(4)}}$

$z_{1,2} = -\frac{3}{2} \pm \frac{5}{2}$

$z_1 = -4 \quad z_2 = 1$

$x_1 = -1 \quad x_2 = 1$

3.Textaufgaben zu linearen Gleichungssystemen und quadratischen Gleichungen

a) Regina ist 5 Jahre älter als ihre Schwester Hannah. In 20 Jahren ist sie doppelt so alt wie Hannah heute ist. Wie alt sind die beiden heute?

$$\left|\begin{matrix} R = H + 5 \\ R + 20 = 2H \end{matrix}\right| \qquad \left|\begin{matrix} R = 30 \\ H = 25 \end{matrix}\right|$$

b) Rainer und Thomas sind zusammen 34 Jahre alt. Im nächsten Jahr ist Rainer doppelt so alt wie Thomas. Wie alt sind die beiden heute?

$$\left|\begin{matrix} R + T = 34 \\ R + 1 = 2(T + 1) \end{matrix}\right| \qquad \left|\begin{matrix} R = 23 \\ T = 11 \end{matrix}\right|$$

c) Der Großvater und sein Enkel sind zusammen 100 Jahre alt. Vor 10 Jahren war der Großvater genau dreimal so alt wie sein Enkel. Wie alt sind die beiden heute?

$$\left|\begin{matrix} G + E = 100 \\ G - 10 = 3(E - 10) \end{matrix}\right| \qquad \left|\begin{matrix} G = 70 \\ E = 30 \end{matrix}\right|$$

d) In einem Käfig sind Katzen und Hühner. Sie haben zusammen 35 Köpfe und 94 Füße. Wie viele Katzen und Hühner sind im Käfig?

$$\left|\begin{matrix} K + H = 35 \\ 4K + 2H = 94 \end{matrix}\right| \qquad \left|\begin{matrix} K = 12 \\ H = 23 \end{matrix}\right|$$

e) In einem Jugendheim gibt es 18 Zimmer (Vierbett- und Sechsbettzimmer). Insgesamt können 84 Jugendliche untergebracht werden. Wie viele Vierbett- bzw. Sechsbettzimmer sind es?

$$\left|\begin{matrix} V + S = 18 \\ 4V + 6S = 84 \end{matrix}\right| \qquad \left|\begin{matrix} V = 12 \\ S = 6 \end{matrix}\right|$$

f) Wenn man 2 Liter kaltes Wasser mit 3 Liter heißem Wasser mischt, erhält man eine Mischung mit einer Temperatur von 60°C. Eine Mischung von 4 Liter kaltem und einem Liter heißem Wasser hat eine Temperatur von 30°C. Welche Temperatur hatten das kalte und das heiße Wasser?

$$\left|\begin{matrix} 2K + 3H = 5 \cdot 60 \\ 4K + H = 5 \cdot 30 \end{matrix}\right| \qquad \left|\begin{matrix} K = 15 \\ H = 90 \end{matrix}\right|$$

g) Wenn man die Seiten eines Quadrats um 5 cm verlängert, wird der Flächeninhalt um 225 cm² größer. Wie lang waren die Seiten des ursprünglichen Quadrats?

$$x^2 + 225 = (x + 5)^2$$

$$x = 20$$

h) Wenn man die Seiten eines Quadrats um 4 cm verkürzt, verringert sich der Flächeninhalt um 80 cm². Wie lang waren die Seiten des ursprünglichen Quadrats?

$x^2 - 80 = (x-4)^2$

$x = 12$

i) Gegeben ist ein Rechteck mit den Seitenlängen 6 cm und 5 cm. Um welche Länge muss man jeweils alle Seiten verkürzen, sodass der Flächeninhalt nur 20 cm² beträgt?

$(5-x)(6-x) = 20$

$x = 1 \quad (x = 10 \; \textit{ist eine Scheinlösung})$

j) Das Produkt zweier aufeinanderfolgender Zahlen ist 182. Wie lauten diese Zahlen?

$x(x+1) = 182$

$\textit{Lösung } a: \; \{13;14\} \quad \textit{Lösung } b: \; \{-13;-14\}$

k) Die Quadrate zweier Zahlen ergeben in Summe 218. Dabei unterscheiden sie sich um 6. Welche Zahlen erfüllen die Eigenschaft?

$x^2 + (x+6)^2 = 218$

$\textit{Lösung } a: \; \{7;13\} \quad \textit{Lösung } b: \; \{-7;-13\}$

l) Wenn man in dem Produkt aus 13 und 17 jeden Faktor um die gleiche Zahl vergrößert, so erhält man als Ergebnis 396. Welche Zahlen sind gesucht?

$(13+x)(17+x) = 396$

$x_1 = -35 \quad x_2 = 5$

m) Das Produkt zweier Zahlen ist 299. Die eine Zahl liegt genauso weit über 18 wie die andere unter 18. Welche Zahlen sind gefragt?

$(18+x)(18-x) = 299$

$x_1 = 13 \quad x_2 = 23$

n) Für welche Zahlen gilt:
Das Quadrat einer Zahl vermehrt um ihr Fünffaches ist 14.

$x^2 + 5x = 14$

$x_1 = -7 \quad x_2 = 2$

Viel Erfolg beim Vorbereiten!